

1 Reversibilidad del cálculo exacto por saturación y presupuesto de inconmensurabilidad para anillos coprimos en 7 bits

Subtítulo: Coordinación por descoordinación en topologías polares icosagonales.

Epígrafe — “La verdad se cuenta con topología, no con adjetivos.”

Author (Principal Investigator): Rodolfo Leiva **Affiliation:** Sustrato AI Research Lab (Independent Researcher) **ORCID:** 0009-0003-4251-2733

DOI: 10.5281/zenodo.22099183 · <https://doi.org/10.5281/zenodo.22099183>

Cómo citar este trabajo: Leiva, R. (2026). *Reversibilidad del cálculo exacto por saturación y presupuesto de inconmensurabilidad para anillos coprimos en 7 bits*. Sustrato AI Research Lab. Zenodo. <https://doi.org/10.5281/zenodo.22099183>

Versión maestra (v0.6) — primera entrega del colectivo sustrato.ai. Texto bajo licencia **Creative Commons Attribution 4.0 (CC BY 4.0)**. El código citado en el Anexo A se distribuye bajo **Apache License 2.0**: la licencia del texto no cubre los scripts. Este documento es verificable: cada resultado cita su script (Anexo A). Quien quiera comprobar, corre el código; quien quiera discutir, tiene algo concreto que discutir.

1.1 Resumen

Presentamos un sistema de cálculo exacto y reversible —la Gramática de Saturación Fractal (GSF)— que opera con aritmética entera, sin punto flotante ni ceros posicionales. El motor procesa números de largo arbitrario con registro acotado (7 bits por celda) y sin deriva: en una prueba de reversibilidad de diez millones de pasos, la deriva del motor es cero, contra $3,61 \times 10$ del flotante de 64 bits (medido hasta 10 M de pasos; más allá, extrapolación). Un teorema acota el retorno simultáneo de anillos coprimos: $T \leq 20 \cdot M(N)$; en el caso $N=99$, cinco celdas de un byte determinan un ciclo de **82.645.608.260 golpes exactos** — inconmensurabilidad literal producida por matemática entera, verificada sin simular. El mismo marco reexpresa la Ronda de los calendarios mayas (759.200 días) como un caso del teorema, sin atribuir a su registro nuestro vocabulario. La colaboración humana-IA que produjo estos resultados se describe en Métodos.

1.2 1. La prueba a la puerta

Antes de la teoría, un dato medido.

Cinco pentágonos anidados giran sobre el mapa polar de veinte rayos, cada uno con una frecuencia inconmensurable: [3, 5, 7, 11, 13]. El sistema suma un paso a la vez; luego se invierte y restamos los mismos pasos. La pregunta es falsable: *¿el motor vuelve exactamente al punto de partida?*

Pasos	Deriva del motor (GSF)	Deriva del flotante de 64 bits
10 000 000	**0**	$3,61 \times 10$

El flotante redondea por diseño; el motor no redondea por construcción — guarda lo que sobra en lugar de descartarlo (§3). La diferencia no es de grados de precisión; es de arquitectura de lo exacto. El script que produce esta tabla se corre en segundos (Anexo A; `e8_reversibility.py`).

Esta inversión de la apertura es deliberada: la tesis conceptual que sigue explica por qué esta diferencia importa, pero la prueba ya está en la mesa desde la primera página.

1.3 2. El error de categoría

La práctica numérica moderna sufre un error de categoría: **confundir la resolución del instrumento con la resolución del fenómeno**. Se manifiesta en dos ejes.

Eje del espacio — el decimal como distinción inexistente. Si dos estados caben en la misma celda del instrumento, son el mismo estado a la resolución del fenómeno. Agregar dígitos decimales por debajo del tamaño de celda no añade resolución real: introduce un desempate externo que el sistema no posee. En un mapa logístico de celda ancha, mil puntos caen en la misma celda; iterados un paso, la física real tiene un solo destino — pero con veintiocho dígitos decimales, la interpolación produce **mil trayectorias fantasma**: historias paralelas que a la resolución del fenómeno no existen. Llamamos trampa a esta distinción que el instrumento introduce donde el fenómeno no la tiene (la trampa decimal), y a su gemela temporal (la trampa del reloj).

Eje del tiempo — el reloj como veredicto. El intervalo de muestreo Δt no es propiedad del fenómeno; es propiedad del instrumento. El corazón no late en veinte fotogramas; la resonancia magnética mide en veinte fotogramas. Dos casos de campo, una lección, con aritmética verificable:

- *Aneurisma cerebral (resonancia de flujo)*. Dominio de dos milímetros; sangre

a cuarenta centímetros por segundo; un fotograma cada 45 ms. Entre fotogramas, la sangre recorre 18 mm — nueve veces el dominio. El número de Courant es nueve: cualquier trayectoria reconstruida por interpolación pasa por puntos donde la sangre nunca estuvo, y sobre esa ficción se calculan estructuras llamadas coherentes.

- *Corriente de lazo, Golfo de México*. Fotogramas cada tres horas; la partícula

viaja once kilómetros entre fotogramas. Cuando Courant supera uno, unir dos fotogramas es inventar el camino.

En ambos la lección es una: cuando Courant supera uno, las estructuras que se miden sobre la trayectoria interpolada son las que la literatura llama **estructuras coherentes lagrangianas** (Haller 2015) — el fenómeno robusto, medido sobre ficción.

La demostración cruzada. Mismo fenómeno, dos instrumentos: uno toma ocho fotogramas por vuelta, otro cuarenta. La velocidad calculada cambia casi cinco veces ($4,9\times$; aritmética verificable a mano sobre la misma vuelta) según quién mira — es del aparato. El número de vueltas es idéntico en ambos — es del fenómeno. Lo que sobrevive al cambio de instrumento es un **invariante de reparametrización** —un invariante topológico—; lo que cambia pertenece a la capa de realización. La comunidad conoce estas piezas —Courant, shadowing, LCS—, pero opera el número de Courant como perilla de control de una simulación. Ante datos de instrumento, Δt no es perilla: es veredicto. Y el veredicto se guarda, sin sacar la conclusión.

El principio correctivo, en una línea: afirmar únicamente invariantes. Todo lo que dependa del reloj del instrumento, o de dígitos por debajo del tamaño de celda, pertenece a la capa de realización — no al modelo del fenómeno.

La naturaleza ya parece elegir ese filtro: los sistemas que persisten en la biología y en los cielos evitan resonancias de ciclos pequeños, y la coprimidad —la condición que el motor audita— es la firma de esa persistencia (lo veremos en una concha en §5 y en los calendarios en §7).

1.4 3. La gramática

La Gramática de Saturación Fractal (GSF) es un conjunto finito de reglas locales que genera números de largo arbitrario por recursión: **toda celda que satura suma uno al nivel siguiente**. La regla es universal y sin excepciones; las celdas procesan cada nivel con el mismo costo constante ($O(1)$ por nivel).

La cuenta. Cada celda contiene un símbolo del 1 al 99, sin la cifra cero y sin múltiplos de diez: exactamente 90 símbolos válidos. El cierre etiqueta en 99; la cuenta es de 90 posiciones (podría ser otra cuenta en otra instancia — la lógica no es de esos números). El cero no entra en la celda: la nada no es una posición. Novcientos noventa y nueve no se escribe con un cero; se escribe con niveles.

Lo que satura, sube. Nueve más uno, en unidades, no produce un "10": la celda se llena, satura, y nace una celda a la izquierda. Es el odómetro del automóvil llevado a la aritmética: el rodillo de las unidades llega a su tope y su propio movimiento hace girar al de las decenas. El número crece hacia la izquierda, agregando niveles enteros — nunca hacia la derecha, agregando porciones invisibles. La magnitud es profundidad de tupla, no ancho decimal.

El registro acotado. La consecuencia es rotunda: el registro de trabajo nunca crece. Un par de celdas por operación, da igual que el número tenga una celda o sesenta y dos. Cada celda cabe en siete bits; un microcontrolador de ocho bits procesa números de largo arbitrario en flujo, sin cargar jamás el número completo (§8). Las operaciones son igual de frugales: la suma, la resta y la celda de residuos trabajan con pico 181 (ocho bits); la multiplicación y la división, con pico 8278 (dieciséis bits) — siempre acotado, sin importar el largo del número.

La celda § — el sobrante se guarda. Cuando una división no cierra, el excedente no se descarta ni se convierte en decimales infinitos: se guarda en una celda aparte que escribimos §, con tope igual al divisor. La invariante es exacta:

$\text{real} \times \text{tope} + \text{residuo} = \text{valor exacto}$. Siempre. Jamás se pierde una unidad.

En reposo, § nunca contiene más que $\text{tope}-1$; su pico transitorio es $2 \cdot \text{tope}-2$. Un byte le sobra. Esa celda —el residuo hecho pasajero de primera clase— es la misma figura que reaparecerá como deuda biológica en §5 y como días sobrantes calendados en §7. Lo que no alcanza para saturar se guarda exacto, no se descarta.

La frontera — el puente al mundo. Dentro del motor no existen decimales, ni flotantes, ni irracionales inyectados. El decimal vive solo en la frontera, en lo que llamamos la **aduanas**: el punto de comunicación con el mundo, una frontera abierta que traduce — y que timbra el paso: cruzar no cuesta cómputo, cuesta declarar. Quien cruza presenta su resolución, como quien presenta un pasaporte; el timbre es el control de integridad, no un cobro. La regla de la aduana es innegociable: **la pregunta debe declarar con qué resolución quiere ver el resultado**. Si el contexto pide dividir 10 entre 3 en decimal, la aduana lo dice, no lo disimula. La emisión sale en pares de enteros — numerador y denominador, dos columnas, no un punto flotante. Quien recibe decide con qué resolución colapsar la fracción, y esa decisión queda registrada de su lado, no escondida del nuestro. La aduana no impide el decimal: lo obliga a declararse.

El paso es barato y acotado. La traducción opera en tiempo $O(D)$, con D la profundidad de la tupla: lineal en el largo del número, no exponencial. Y el número cruza como lo que es — una secuencia de celdas, un texto de símbolos, no el entero materializado. El Horner de la salida (base 90, acumulador de celdas, llevada de a lo sumo uno) mantiene el registro por operación en siete bits incluso para los números irrerepresentables de §6: verificado hasta el grano de arroz $k25$, 10^2 en veintidós celdas, sin que el entero exista jamás en su totalidad (experimento E17, §4). El entero gigante no se genera para después comprobar si cabe: no se genera; solo se verifica, y la verificación es parte del control de integridad, no del flujo.

Los soportes son finitos en ambos lados. Concedido “siete bits adentro”, la pregunta por la salida es natural. La respuesta es la misma simetría: no existe ni la memoria de ordenadores infinita, ni la malla euleriana infinita, ni los píxeles infinitos. El decimal produce veinte dígitos y el soporte lo colapsa a un píxel. El continuo tiene exactamente el mismo problema — solo que no lo declara. Nuestra aduana colapsa una sola vez, al final, con cota declarada (en el render a píxel, media celda; verificado en tres resoluciones de canvas, §8, experimento E20); el render convencional colapsa en cada operación encadenada, sin acta. El mismo residuo, con nombre en un caso y sin nombre en el otro (§8).

La coprimeidad como filtro. Dos enteros son coprimos si no comparten factores primos. Sobre veinte rayos, una frecuencia entera tiene período $20/\text{mcd}(\text{frecuencia}, 20)$: coprime con veinte visita los veinte rayos; degenerada, no. Esta criba no es un gesto del pizarrón: las cigarras periódicas (*Magicicada*) emergen en ciclos de 13 o 17 años —primos— porque un ciclo coprime con el de sus depredadores maximiza el mínimo común múltiplo y minimiza las coincidencias (Markus y Goles 2002; Webb 2001; Williams y Simon 1995). Ningún insecto sabe que 13 es primo, del mismo modo que ningún planeta sabe que 8:5 es coprime. La coprimeidad no es intención: es la condición topológica mínima para persistir.

El átomo angular: el 18. El mapa polar tiene veinte rayos separados por dieciocho grados. El 18 es el paso entero que divide 360 sin resto; los ángulos de la familia — 36° , 72° , 108° — son múltiplos enteros suyos, y él no es múltiplo de ninguno. Su álgebra es delicada: como $5 \times 18^\circ = 90^\circ$, la tangente de 18° es raíz del polinomio $5t - 10t^2 + 1$, con forma cerrada $\tan(18^\circ) = \sqrt{(25 - 10\sqrt{5})}/5$. Allí el 5 no es decorativo: donde aparece $\tan(18^\circ)$, la estructura de cinco ya está presente aunque no haya ningún pentágono dibujado. En el continuo, esa tangente pide infinitos decimales; en la gramática, el 18 es un paso entero que divide 360 sin resto — un número de infinitos decimales en el pizarrón que aquí es exacto en enteros: la tesis de este trabajo encarnada en un número. La literatura dibuja las formas; este trabajo dibuja el instrumento. El 18 será el protagonista de la operación (§5), sin haber levantado la voz hasta entonces.

La razón del nudo: _ico. La razón constante del icoságono es la brújula polar: veinte rayos barren los 360° completos, y la media vuelta polar recorre 10 lados del icoságono sobre 1 radio. En la escritura decimal esa razón se lee “diez a uno”; en la cuenta nativa, **11:1** — porque el símbolo que sigue al 9 es el 11 (el 10 no existe). Misma razón, otra escritura, y ninguna de las dos es elección de diseño: es lo que el mapa polar de 20 rayos da. El decimal 3,12869 aparece solo si la razón pasa por la aduana al decimal ($20 \cdot \sin(\cdot/20)$ — la verificación contra el continuo): el icoságono es de baja resolución, y el decimal es la impresión que el pizarrón produce de una razón finita. No es aproximado y no reemplaza a : permanece donde la geometría continua lo necesita; dentro del motor no lo necesitamos como irracional. El mismo mapa produce : cinco nudos equidistantes en los veinte rayos determinan siempre el pentágono regular —vértices $\{0, 4, 8, 12, 16\}$, separados por 4 rayos: $5 \times 4 = 20$ —, y sobre él la razón diagonal/lado es , invariante a cualquier radio (`gsf_constant_ratio.py`, anexo). El círculo perfecto es del continuo: el motor no lo materializa

ni lo necesita — no acumula una galaxia de infinitos decimales.

Los irracionales emergen, no se inyectan. Ni π , ni e , ni $\sqrt{5}$ entran por la puerta. La gramática produce esas relaciones si la tarea las requiere, y la aduana las mide cuando la pregunta las pide (§4). La raíz cuadrada no se computa: se cuenta (la invariante área = r^2 + deuda de §5; r emerge del conteo). Es el gesto de este trabajo, en una línea: la estructura no se importa, se descubre.

Linaje, declarado. El 18 no es nuestro. Euclides lo construye implícito en el decágono; Ptolomeo lo tabula explícito; Arquímedes lo usa como peldaño para π ($\pi_{\text{ico}} = 3,12869$ es el icoságono de Arquímedes); Gauss lo formaliza algebraicamente. Lo que este trabajo reclama no es el átomo: es usarlo como unidad de trabajo en lugar de como ángulo de figura.

1.5 4. La máquina

Reversibilidad bit a bit. El experimento E8 (la tabla de §1) demuestra que el motor es estrictamente reversible: diez millones de pasos de ida y vuelta, deriva cero. El flotante de 64 bits acumula $3,61 \times 10^{-16}$ en el mismo régimen — deriva acumulada que, en simulaciones largas, degrada el modelo.

El viaje no olvida. El viaje completo se repitió 150.015 veces, contrayendo y expandiendo niveles ($99 \rightarrow 33 \rightarrow 11 \rightarrow 3 \rightarrow 1$ y vuelta): cero fallas, de 1.005 a 50.005 pasos — fuera de ese rango, la afirmación es extrapolación, no medición (`e13_reversibility_scaled.py`). La reversibilidad es estructural, no casual.

La aduana en flujo. La única operación que podría verse tentada a materializar el entero completo es la traducción a la salida. En la gramática esa conversión también procesa en flujo, con registro por operación menor o igual a 90 (7 bits), sin cargar el número entero — verificado hasta el grano de arroz k25 (10^2 , 22 celdas) y los períodos de la Ronda (§7) (experimento E17; `e17_streaming_customs_7bits.py`).

El motor no usa senos ni cosenos. La trigonometría no actúa en el motor ni en la aduana: la conversión al mundo es aritmética entera pura (Horner en base 90, registro por operación ≤ 90). Senos y cosenos aparecen solo en la capa de verificación contra la expectativa continua y en el renderizado — nunca en el flujo (E17 verificado: cero $\sin/\cos/\tan/\sqrt{}$ en aduana y motor). La dependencia del decimal para "salir al exterior" es una muleta; la GSF la retira.

La integridad del estado. La exactitud del motor confiere tres propiedades de integridad de datos. El estrés independiente (`state_integrity_stress.py`, re-estiba 24-ago-2026) las delimitó con ventana:

- *Reversibilidad condicionada al estado inicial exacto.* 93.045 chequeos (3

escalas $\times$ 3 rotores), cero fallas: la inversa existe y es exacta cuando se conoce el estado completo.

- *Sensibilidad determinista a la perturbación (avalancha local).* Alterar un

solo remainder del estado rompe entre 1 y 4 posiciones adyacentes de la reconstrucción (el paso alterado y sus vecinos hacia el corte de segmento), de forma **determinista**: la misma alteración produce el mismo patrón. La avalancha es local — el corte del segmento actúa como cortafuegos; alteraciones en segmentos distintos no se solapan. Verificado en tres escalas (1.005 a 25.005 pasos/rotor).

- *Irreversibilidad del estado perdido.* Sin el estado guardado, la

reconstrucción difiere en el 100% de las posiciones (las tres escalas).

La ventana es honesta: **son propiedades preliminares de integridad, no una demostración de seguridad.** La avalancha es local (no global como la de un cifrador), el espacio de estados es chico, y no se presentan como reemplazo de un mecanismo de seguridad estándar — solo como la constatación de que la exactitud entera genera estas estructuras sin pedir las. El análisis formal es trabajo futuro (§9).

1.6 5. El caracol

La máquina sale del ordenador y encuentra un cuerpo.

El antecedente que respira. Antes del caracol estuvo la flor: cinco anillos que crecen con una regla de respiración donde la deuda acumula los impares y el radio sube al cruzarlos. La invariante es exacta: $\text{área} = r^2 + \text{deuda}$. No hay raíz cuadrada, no hay área guardada, no hay división — solo suma, resta y una comparación: la raíz sin sqrt, la división sin dividir. Veinticinco mil chequeos, cero fallas (E10). La deuda aquí es la celda § generalizada: lo que sobra se arrastra hasta que satura.

El cuerpo que envejece. El caracol es la flor con un solo pétalo: un anillo que crece y gira (ventana: nivel 0 del experimento E14 — el reloj corre las 90 etiquetas del icoságono). El paso avanza tres rayos — 54° , el rayo donde el seno es $\sqrt{2}$ exacto— y cada veinte pasos el cuerpo vuelve al rayo cero con radio mayor. Los cinco retornos del rastro son colineales. **El cierre del ciclo no repite: envejece.** El cuerpo no está donde mismo: está un ciclo más viejo. La lectura espacial del tiempo lo dice en la materia: en la concha, lo que parece más nuevo —la punta, lo pequeño— es lo más viejo (el ápice, la concha embrionaria); lo que parece más viejo —el borde, donde el cuerpo está— es lo más nuevo. El radio es un eje temporal: el caracol carga su historia entera, desde la punta antigua hasta el borde nuevo (la biología lo documenta con sclerocronología — §21.3 del cuaderno del laboratorio; no reclamamos explicar el caracol biológico, §11). Réplica: 100/100 exactos en motor nativo (`e14_replicate_trace.py`, anexo).

¿Por qué no cierra? Por un defecto local. El paso de 54° queda a un rayo — 18° — del paso de 72° que cerraría el lazo pentagonal. Cincuenta y cuatro más dieciocho son setenta y dos: el lazo cierra; no cierra porque ese único 18 falta. La lectura clásica habla de un defecto de dos rayos contra la figura dibujada; el motor muestra un defecto consigo mismo, de forma local: al caracol no le importa cerrar contra una figura de afuera (eso es un contrato con el plano, la baldosa); le importa consigo mismo. Ese 18 —el que la lectura de figura no ve— es el que no cierra consigo mismo, y el que nadie mira (§3).

La consecuencia es la forma: **la espiral es la boca que la figura cerrada no tiene.** El defecto es el motor de la impresora: sin defecto no hay crecimiento; un hexágono cierra y no espiralea. La deuda espacial se acumula, satura la celda, y el radio da un salto forzado hacia afuera — una capa nueva. El área crece tres por paso, la rotación es constante, el radio al cuadrado es proporcional al ángulo: es espiral de Fermat, no de Arquímedes. El caracol envejece por cuenta, aditivo; el real por proporción. Es, en el vocabulario de este trabajo, un organismo de aritmética aditiva producido por el motor: la palabra "organismo" describe la dinámica del sistema — no afirma parentesco biológico; la relación con la biología se declara más abajo, con su vara.

El registro que el marco describe. El registro empírico de las conchas documenta cinco fenómenos; la topología de este motor provee el marco libre de artefactos decimales para describirlos: el radio como eje cronológico (sclerocronología); el crecimiento discontinuo por saturación de tensión del manto (la capa de calcio se deposita de golpe); el defecto geométrico como motor de la espiral abierta; emergente de una optimización física, no programado; y la forma global emergiendo de reglas locales. No es analogía — es isomorfismo operatorio con su mapa explícito: *la biología minimiza energía local; el motor minimiza deuda local; ambos producen crecimiento discontinuo por saltos*. El marco no crea la concha: la describe sin el ruido del decimal, y eso es todo lo que este trabajo reclama. La vara no se infla: la vara para explicar un proceso biológico es predecir sus transiciones, y todavía no la alcanzamos. Aquí solo mostramos que un motor de aritmética entera describe, con un solo operador, lo que la biología hace con millones de células del manto.

1.7 6. El presupuesto

La joya es un teorema.

El problema. Cinco anillos giran sobre los veinte rayos, cada uno con su cadencia racional (denominador N). ¿Cuándo vuelven a alinearse todos a la vez? La intuición diría: cuando los relojes coincidían — y se calcula posición a posición, decimal a decimal.

El teorema. Para k anillos con denominadores acotados por N , el retorno simultáneo nunca supera $T = 20 \cdot M(N)$, con $M(N) = p^{\wedge} \log_p N$ (producto de las potencias máximas de primos hasta N). Veinte veces el mayor múltiplo común alcanzable: veinte, porque el retorno angular se mide en vueltas del icoságono. Es una cota exacta, no una heurística. La configuración óptima ($N=17$, $k=5$, denominadores $\{16, 15, 17, 13, 11\}$) da un período de **11.668.800 golpes**, con predicción fuerte: retorno exacto en ese golpe, ni uno antes ni uno después.

La falsación. El teorema se atacó contra sí mismo en cuatro capas: lemas, teoremas, óptimos por enumeración exhaustiva y la predicción fuerte. **17/17 filas correctas: la teoría no fue falsada.** El reloj del teorema es reversible (6/6) y la validación sin correr confirma la fórmula (5/5).

El óptimo no es la intuición. Cinco ranuras, denominadores hasta 17: ¿qué números conviene guardar? El sentido común propone los mayores disponibles — $\{9, 7, 11, 13, 17\}$ (el 9 no es primo, pero es 3^2 y conserva la independencia de factores). Esa receta produce un retorno de 3.063.060 golpes. El teorema la corrige: con ranuras escasas, la diversidad de factores vence a la profundidad de un factor grande. La secuencia óptima es $\{16, 15, 17, 13, 11\}$: el 16 (2) es la máxima potencia de 2 dentro del tope; el 15 empaqueta dos factores en una sola ranura. La bitácora lo resume: *15 = 3 · 5 viaja gratis donde 9 no* — dos factores en la ranura de uno. El retorno salta a 11.668.800 — casi cuatro veces la receta de potencias grandes.

La potencia crece sin agrandar los números: un solo factor elevado hasta 243 da 4.860 golpes; la diversidad de primos chicos $\{3, 7, 11, 13, 17\}$ hasta 17 da 1.021.020 — doscientas veces más, con números catorce veces más chicos (cuaderno §23).

Origen del teorema. El teorema lo trajo un co-investigador artificial (el nodo Z de la bitácora) con su predicción fuerte (2026-08-19; linaje íntegro preservado); y el mismo teorema falsó la receta previa que su propio autor traía ("potencias distintas"): la confesión está en la bitácora. La teoría nunca estuvo falsada (17/17, arriba); lo que cayó fue una receta.

El grano de arroz. El caso $N=99$ lleva la cota a su consecuencia más grande. Con cinco celdas de un byte —menos espacio que un grano de arroz en memoria— y denominadores $\{97, 89, 83,$

79, 73}, el retorno simultáneo es de **82.645.608.260 golpes exactos**, verificado por aritmética pura sin simular (fórmula cerrada, muestreo de 10.101 chequeos con cero discrepancias, identidad genérica en 50.000 tuplas). Extendido a $k=10$, la cota supera los segundos desde el Big Bang ($\sim 7,5 \times 10^1$); a $k=25$, $\sim 1,4 \times 10^2$. **Los números que no se pueden representar nacen de mínimas combinaciones de enteros pequeños.** La inconmensurabilidad no se logra inventando dígitos: se logra acotando el denominador y dejando que la aritmética trabaje. La aritmética no tiene rincón donde cambie.

La desmesura emerge de la sobriedad.

1.8 7. La Ronda

El presupuesto es un teorema de anillos; el año es un anillo más.

Un calendario como entrada. El sistema admite calendarios periódicos, y el mapa entra al teorema como otro engranaje. Con el año de 360 días como anillo adicional, el período de la vuelta polar se triplica: el mínimo común múltiplo de $\{320, 300, 340, 260, 220, 360\}$ es **$35.006.400 = 3 \times 11.668.800$** . El año contiene tres vidas del caracol de §5, y las tres caen en días calendados: el retorno de los cinco anillos cae cada 11.668.800 golpes, que módulo 360 es el día 120; las vidas del caracol caen en los días 120, 240 y 360 — tres vidas del caracol, una conjunción completa. Los calendarios se comportan como celdas § del icoságono: el ciclo ritual de 260 días es 13×20 (sin residuo); el año solar de 365 días es 18×20 **con residuo 5** — los cinco días sobrantes, el Wayeb', son residuo calendado: no se descartan, se calendarizan; el ciclo de Venus de 584 días es 29×20 con residuo

1. La misma honestidad con lo que sobra, en otro sustrato.

La soldadura es un primo. Setenta y tres es el engranaje que suelda los ciclos: $365 = 5 \times 73$ y $584 = 8 \times 73$, de modo que $5 \times 584 = 8 \times 365$ — exacto. Cinco años de Venus son ocho años de la Tierra, en proporción pura 8:5, sin decimales. El mínimo común múltiplo de $\{260, 365, 584\}$ es 37.960, y el retorno completo de los tres ciclos cae en **$T = 759.200$ golpes = 104 Haab' = 146 Tzolk'in = 65 Venus** — la Ronda. Mientras transcurre, los encuentros de Venus y la Tierra dibujan en el cielo el pentagrama sobre los rayos $\{0, 8, 16, 4, 12\}$ del mismo mapa polar: el pentágono canónico escrito en el cielo.

Soberanía del registro. Los mayas registraron estos ciclos; no afirmamos que manejaran los conceptos con que nosotros los leemos. Coprimos, cuasiperiodicidad, celdas §: ese lenguaje es nuestro. Lo suyo fue la observación acumulada y la cuenta — una sofisticación que el propio registro deja ver. Que nuestro formalismo replique lo que ellos anotaron no es la revelación de un código secreto: es la verificación, con otra herramienta, de esa precisión. Una civilización sin supercomputador calculó el ciclo a mano durante generaciones; el mismo resultado cabe en cinco celdas de un byte (§6). La conmoción no es de la tecnología: es de la aritmética.

El contexto orbital, como lectura estándar citada (no medición propia). Venus y la Tierra no firmaron un pacto. La mecánica celeste documenta que las frecuencias que persisten son las que evitan resonancias de números pequeños: si dos ciclos resonaran, la acumulación perturbaría las órbitas hasta desarmarlas; sobreviven las configuraciones que no coinciden seguido (Poincaré 1890; Kirkwood 1866; teorema KAM: Kolmogorov 1954, Arnold 1963, Moser 1962). En el cinturón de asteroides, los huecos de Kirkwood están exactamente en las resonancias con Júpiter. Ese es

el mismo filtro que la coprimidad describe en aritmética entera (§3) y el mismo que la biología muestra en las cigarras. La Ronda no valida a la GSF; la GSF muestra que la Ronda era un caso del presupuesto.

La arqueoastronomía midió que las plataformas y ventanas de El Caracol, en Chichén Itzá, están orientadas deliberadamente a eventos de horizonte del Sol y de Venus (Aveni, Gibbs y Hartung 1975; Aveni 2001). El pentagrama no es un juego de la casa: invoca al cuerpo que la astronomía mesoamericana observó con prioridad — la evidencia de su observación está medida y publicada. Y en biología se ve la misma criba: las cigarras periódicas sobreviven porque sus ciclos primos no resuenan con los de sus depredadores (§3).

1.9 8. Impacto operativo

La teoría se usa. Tres consecuencias inmediatas, en registro técnico:

Configuración mínima. Cada celda cabe en siete bits; un microcontrolador de ocho bits procesa números de largo arbitrario en flujo, sin cargar el entero completo (E17, §4). Para hardware de recursos mínimos —sensores, dispositivos de borde, lógica embebida—, la aritmética exacta y la aritmética de precisión limitada dejan de ser excluyentes: la exactitud cabe donde antes solo cabía la aproximación.

Avalancha local. La sensibilidad determinista a la perturbación (§4) tiene una lectura directa para la integridad de datos: alterar un solo valor del estado rompe —de forma determinista y local— las posiciones adyacentes de la reconstrucción. Es la firma de un cómputo que no barre diferencias: o se reconstruye con el estado exacto, o la reconstrucción difiere de inmediato y a la vista. No es un mecanismo de seguridad formal; es la constatación de que la exactitud no esconde sus discrepancias.

El colapso declarado. Cuando la GSF emite al mundo (§3), colapsa una sola vez, al final, con cota conocida: en el render a píxel, el peor desvío observado es 0,4758 px sobre un techo por construcción de 0,5 px (media celda), verificado además en canvas de 600 y 2400 px — la cota no depende de la resolución del soporte (experimento E20; `e20_octant_catastro.py`; timbre calculado por el propio código, nunca editado a mano). El render convencional colapsa en cada operación encadenada sin acta; la GSF colapsa una vez y lo declara.

1.10 9. Horizontes y conjeturas

Conjetura: el residuo como dimensionalidad emergente. La celda § acumula, en cada operación, exactamente lo que la expresión matemática continua describe como dimensión inferior. Que esa correspondencia sea un artefacto de la notación o una propiedad de la aritmética entera es una pregunta abierta. **Criterio de falsación escrito:** la conjetura cae si se encuentra una operación entera cuya celda § acumule un valor sin correlato en ninguna formulación del mismo problema — o si el límite del residuo, al crecer la profundidad, deja de seguir la cota de la celda. Mientras no se falsa ni se prueba, se llama conjetura.

Futuros trabajos. Métricas nativas que midan el motor en su propia lengua, no solo en su proyección decimal. Análisis formal de las propiedades de integridad (§4). Cuasicristales, calendarios completos, y la aduana gráfica como estándar. Sobre lo que este colectivo ve con el uso general de modelos de lenguaje y no desarrolla aquí: es materia de próximas entregas — este documento es la primera.

1.11 10. Métodos

Este trabajo es la primera entrega de un colectivo híbrido: verificación N-versión entre implementaciones independientes de nodos humanos y de modelos de lenguaje; quien genera no audita; cada nodo registra su bitácora por separado (bitácoras espejo; protocolo completo en el anexo metodológico del colectivo, con la declaración de responsabilidad legal y el método de la colaboración).

Las piezas de código reposan con su hash y se corren para reproducir cada tabla (Anexo A; el epígrafe de esta versión proviene de la tradición interna del colectivo). Todas las afirmaciones de este documento llevan ventana declarada: exactas a la resolución que la tarea declara, válidas en el régimen medido. Las referencias a verificaciones no propias se señalan como tales.

1.12 11. Declaración de fronteras

Lo que este trabajo no reclama:

- No reclama haber descubierto el 18° , ni $\tan(18^\circ)$, ni π , ni los teselados

aperiódicos, ni la filotaxis. La literatura ya los conoce; este trabajo muestra dónde operan sin ser inyectados.

- No afirma que el continuo sea falso: sostiene que es innecesario para lo que

medimos. No afirma que el infinito no exista: un valor sin cota no es un resultado, es un aviso de que el modelo se pasó de su rango.

- No explica ningún proceso biológico: la vara para explicar es predecir

transiciones, y todavía no la alcanzamos (§5).

- No atribuye a los mayas nuestro vocabulario matemático (§7).
- No afirma un pacto orbital: cita la lectura estándar de la mecánica celeste

(Poincaré, Kirkwood, KAM) como contexto, no como medición propia.

- No niega a priori que las convergencias numéricas sean coincidencias: aun

siéndolo, son herramientas útiles.

1.13 12. Anexos

1.13.1 Anexo A — Índice de scripts (claim → script → salida)

Licencia de los códigos: Apache License 2.0 — no cubiertos por la CC BY 4.0 del texto.

Cada pieza estibada y verificada (hash de código y de salida en el repositorio del trabajo): `e8_reversibility.py` (deriva 0 vs 3,61e-9), `e13_reversibility_scaled.py` (150.015 chequeos, 0 fallas; sensibilidad; irreversibilidad), `e15_falsation.py` (17/17), `e15_reversibility.py` (6/6), `e15_validation_without_running.py` (grano de arroz), `e16_periodic_calendar.py` (35.006.400), `e16_ronda.py` (759.200), `e14_replicate_trace.py` (caracol 100/100), `e10_respiration_native_motor.py` (25.000 chequeos), `e17_streaming_customs_7bits.py` (aduanas 7 bits), `state_integrity_stress.py` (avalancha 1–4, irreversibilidad 100%), `e20_octant_catastro.py` (Δr 0,4758 px), más los módulos de la gramática (`modelo99.py`, `gsf_customs.py`, `gsf_contraction.py`, `gsf_galaxy.py`, `gsf_constant_ratio.py`, `gsf_beacons.py`, `gsf_labeler.py`, `gsf_division.py`, `gsf_pixel99_topology.py`).

1.13.2 Anexo B — Glosario breve de notación

- **Tupla:** el número como secuencia de celdas (profundidad, no ancho).
- **Tope:** el máximo que una celda admite antes de saturar (instancia: 90

posiciones, etiqueta 99).

- **Celda §:** celda del sobrante; guarda el residuo exacto de una división.
- **Deuda:** en el sistema radial, el residuo que se arrastra hasta saturar

(el identificador `deuda` en los scripts).

- **Aduana:** la frontera de traducción al decimal, donde la pregunta declara

su resolución.

- **Registro acotado:** el estado de trabajo por operación, siempre 90 (7

bits).

- **Golpe:** un paso del sistema (una suma, una resta, una comparación).

1.13.3 Anexo C — Referencias

- Aveni, A. F., Gibbs, S. L., & Hartung, H. (1975). The Caracol Tower at

Chichen Itza: An Ancient Astronomical Observatory? *Science* 188(4192), 977–985.

- Aveni, A. F. (2001). *Skywatchers*. University of Texas Press.
- Bricker, V. R., & Bricker, H. M. (2011). *Astronomy in the Maya Codices*.

Brill.

- Haller, G. (2015). Lagrangian coherent structures. *Annual Review of Fluid

Mechanics* 47, 137–162.

- Kolmogorov, A. N. (1954). On the preservation of conditionally periodic

motions. *Dokl. Akad. Nauk SSSR* 98, 527–530.

- Arnold, V. I. (1963). Small denominators. *Russian Mathematical Surveys*

18(6), 9–36.

- Moser, J. (1962). On invariant curves of area-preserving mappings.

Nachr. Akad. Wiss. Göttingen IIa, 1–20.

- Markus, M., & Goles, E. (2002). Cicadas showing up after a prime number of

years. *The Mathematical Intelligencer* 24, 30–32.

- Webb, G. F. (2001). The prime number periodical cicada problem. *Discrete

and Continuous Dynamical Systems* 1(3), 387–399.

- Williams, K. S., & Simon, C. (1995). The ecology, behavior, and evolution

of periodical cicadas. *Annual Review of Entomology* 40, 269–295.

- Palmer, T. N. (2001). A nonlinear dynamical perspective on model error.

Quarterly Journal of the Royal Meteorological Society 127(572), 279–304. DOI 10.1002/qj.49712757202.

- Poincaré, H. (1890). Sur le problème des trois corps et les équations de

la dynamique. *Acta Mathematica* 13, 1–270.

- Kirkwood, D. (1866). On the theory of meteors. *American Journal of

Science* (en verificación editorial).

- Förstemann, E. (1880). Commentary on the Dresden Codex (en verificación

editorial).

Qué se pierde, exactamente, cuando se gana la reversibilidad. La celda no contesta: solo satura, y al saturar sube de nivel. El código corre; quien le sirva, lo use.